



Kandidaatintutkielma  
Teoreettinen fysiikka

## Pimeä energia ja supernovahavainnot

Eemeli Tomberg  
2013

Ohjaaja: Syksy Räsänen  
Tarkastaja: Syksy Räsänen

HELSINGIN YLIOPISTO  
FYSIIKAN LAITOS

PL 64 (Gustaf Hällströmin katu 2)  
00014 Helsingin yliopisto



## Tiivistelmä

Kosmologisten havaintojen mukaan maailmankaikkeus on laajentunut kiihtyvästi monen miljardin vuoden ajan. Havaintojen tulkinta pohjautuu FRW-malliin, jossa avaruus oletetaan isotrooppiseksi ja homogeeniseksi. Tässä tutkielmassa johdetaan FRW-mallin ennustama yhteys sähkömagneettista säteilyä lähettävän kohteen kirkkauden ja punasiirtymän välille, minkä jälkeen mallissa vapaiksi jääneet kosmologiset parametrit voidaan sovittaa niin, että mallin ennuste vastaa havaintoja.

Pelkkää epärelativistista ainetta ja säteilyä sisältävän maailmankaikkeuden laajeneminen hidastuu. Jotta malli saataisiin vastaamaan havaintoja, on otettu käyttöön uusi energiatyyppi, pimeä energia, jonka negatiivinen paine kiihdyttää maailmankaikkeuden laajenemista. Tutkielmassa käydään läpi erilaisia pimeän energian malleja, joista yksinkertaisimmassa pimeän energian energiatiheys on vakio ja monimutkaisemmissa se riippuu ajasta.

Tutkielman lopussa tarkastellaan tyyppin Ia supernovien käyttöä kosmologisena havaintoaineistona. Supernovien absoluuttisia kirkkauksia voidaan arvioida empiirisillä malleilla, jotka liittävät kirkkauden supernovan muihin ominaisuuksiin. Yhdistämällä supernova-analyysejä muuhun kosmologiseen dataan voidaan määrittää varsin tarkasti kosmologisten parametrien arvot, mukaan lukien tietoa pimeän energian energiatiheydestä.

## Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>FRW-malli</b>	<b>2</b>
2.1	FRW-metriikka . . . . .	2
2.2	Friedmannin yhtälöt . . . . .	2
2.3	Tiheysparametrit . . . . .	3
2.4	Punasiirtymä . . . . .	4
2.5	Etäisyydet ja magnitudi . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Pimeä energia</b>	<b>9</b>
3.1	$w_{DE} = -1$ : kosmologinen vakio . . . . .	9
3.2	Aikariippuvainen $w_{DE}$ . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Supernovahavainnot</b>	<b>12</b>
4.1	Supernovien fysiikkaa . . . . .	12
4.2	Havainnot ja niiden tulkitseminen . . . . .	12
4.3	Tulokset . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Lopuksi</b>	<b>14</b>

## 1 Johdanto

1980-luvulla kosmologiassa vakiintui malli, jossa maailmankaikkeus on avaruudeltaan laakea ja sen energiasisältö koostuu säteilystä, tavallisesta aineesta ja niin sanotusta kylmästä pimeästä aineesta. Mallin nimi on  $\Lambda$ CDM (standard cold dark matter). Pimeä aine ei vuorovaikuta tavallisen aineen kanssa sähkömagneettisesti, ja kosmologian kannalta merkittävää on vain sen gravitaatiovuorovaikutus. Vuonna 1998 julkaistut supernovahavainnot [1, 2] kuitenkin mullistivat käsityksemme kosmologiasta: niiden mukaan maailmankaikkeus laajenee kiihtyvästi, mikä on mahdotonta yksinkertaisessa  $\Lambda$ CDM-mallissa. Havaintoja selitettiin uudella energiatyypillä, pimeällä energialla.

Vuoden 1998 käänteentekevien tulosten jälkeen supernova-aineistoa on kertynyt runsaasti lisää, ja analyysimenetelmät ja mittauksen tarkkuudet ovat parantuneet. Nykykäsityksen mukaan maailmankaikkeuden energiasisällöstä noin 70% on pimeää energiaa, 20% pimeää ainetta ja 5% tavallista ainetta sekä kertaluokkaa 0.01% oleva osuus säteilyä [3]. Tässä tutkielmassa käsitellään näiden lukemien taustalla olevaa fysiikkaa ja sitä, miten supernovahavainnoista voidaan tehdä päätelmiä pimeän energian ominaisuuksista. Tutkielma koostuu kolmesta osasta. Ensimmäinen osa on lyhyt katsaus kosmologisten havaintojen tulkinnassa käytettävään FRW-malliin, ja osassa johdetaan kosmologisista parametreista riippuva yhteys supernovahavaintojen punasiirtymän ja kirkkauden välille. Toisessa osassa esitellään erilaisia pimeän energian malleja ja kolmannessa osassa käsitellään supernovahavaintojen analyysiä ja saatuja tuloksia.

Yleistä suhteellisuusteoriaa käsittelevissä teksteissä on käytössä erilaisia merkkikäytäntöjä. Tässä tutkielmassa käytetään merkkikonventiota  $(-, +, +, +)$ , kuten esimerkiksi lähteessä [4]. Yhtälöissä käytetään luonnollisia yksiköitä, joissa valonnopeus  $c = 1$ . Suomenkielisessä termistössä on noudatettu lähteen [5] käytäntöjä.

## 2 FRW-malli

Kosmologisten havaintojen mukaan maailmankaikkeuden aine on jakautunut suuressa mittakaavassa tasaisesti. Approksimaationa tästä maailmankaikkeutta käsitellään kosmologiassa täysin isotrooppisena ja homogeenisena [3]. Soveltamalla yleistä suhteellisuusteoriaa näillä oletuksilla saadaan maailmankaikkeuden kehitystä kuvaava Friedmann–Robertson–Walker-malli (FRW-malli).

### 2.1 FRW-metriikka

Symmetriasta seuraa, että FRW-mallissa kaikki havaintopisteet, joiden näkökulmasta maailmankaikkeus on isotrooppinen ja homogeeninen, mittaavat samaa universaalia aikaa  $t$  ja voivat käyttää koordinaatistoa, jossa aika-avaruuden metriikan määräämä viivaelementin pituus on [4]

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (1)$$

Tässä FRW-metriikassa  $r$  on radiaalinen koordinaatti, ja  $\theta$  ja  $\phi$  ovat kulmakoordinaatteja, jotka saavat arvoja väleiltä  $[0, \pi[$  ja  $[0, 2\pi[$ . Pienillä  $r$ :n arvoilla metriikan avaruusosa yhtyy viivaelementtiin euklidisessa pallokoordinaatistossa. Vakio  $K$  kuvaa avaruuden kaarevuutta; sen ollessa nolla avaruus on laakea. Kerroin  $a$  on ajasta riippuva skaalatekijä, jonka muutokset kuvaavat maailmankaikkeuden laajenemista ja supistumista. Vain skaalatekijän suhteellisilla arvoilla eri ajanhetkillä on fysikaalista merkitystä, ja jatkossa sen arvo nykyhetkellä normalisoidaan yhdeksi:  $a_0 = 1$ . Nolla alaindeksissä viittaa ajasta riippuvan parametrin tämänhetkiseen arvoon.

Maailmankaikkeuden laajenemisnopeutta kuvataan Hubblen parametrilla

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2)$$

missä  $\dot{a}$  tarkoittaa skaalatekijän aikaderivaattaa. Parametrin nykyistä arvoa  $H_0 = 74 \pm 3$  km/s/Mpc [6] kutsutaan Hubblen vakioksi.

### 2.2 Friedmannin yhtälöt

Homogeenista ja isotrooppista ainetta kuvaa yleisessä suhteellisuusteoriassa täydellinen fluidi, jonka energia-impulssitensori on [4]

$$T^\mu{}_\nu = \text{diag}(-\rho, p, p, p). \quad (3)$$

Tässä  $\rho$  on fluidin energiatiheys ja  $p$  on sen paine. Nämä liittyvät toisiinsa kosmisen tilanyhtälön

$$p = w\rho \quad (4)$$

välityksellä. Tilanyhtälöparametri  $w$  riippuu käsiteltävästä aineesta ja voi yleisessä tapauksessa riippua ajasta.

Sijoittamalla metriikka ja energia-impulssitensori Einsteinin yhtälöön

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} \quad (5)$$

saadaan Friedmannin yhtälöt

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{K}{a^2} = 8\pi G_N \rho \quad (6)$$

$$3\frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G_N(\rho + 3p), \quad (7)$$

missä  $G_N$  on gravitaatiovakio, sekä nämä yhdistämällä jatkuvuusyhtälö

$$\dot{\rho} = -3(\rho + p)\frac{\dot{a}}{a}, \quad (8)$$

joka liittää paineen ja energiatihedyyden toisiinsa [7]. Jos tilanyhtälö tunnetaan, voidaan yhtälöistä (6) ja (8) ratkaista skaalatekijän aikakehitys.

Tilanyhtälöstä (4) ja jatkuvuusyhtälöstä (8) voidaan ratkaista  $\rho$ :lle [8]

$$\rho \propto \exp\left(-3 \int^a \frac{1+w(a')}{a'} da'\right). \quad (9)$$

Jos tilanyhtälöparametri on vakio, tästä saadaan

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (10)$$

Epärelativistisen aineen energiatiheys on kääntäen verrannollinen tilavuuteen eli skaalatekijän kolmanteen potenssiin, ja säteilyn energiaan vaikuttaa lisäksi punasiirtymä (luku 2.4). Merkitään aineen ja säteilyn nykyisiä energiatihedyyksiä  $\rho_{m0}$ :lla ja  $\rho_{r0}$ :lla ja muistetaan, että  $a_0 = 1$ , jolloin

$$\rho_m = \rho_{m0}a^{-3}, \quad \rho_r = \rho_{r0}a^{-4}, \quad (11)$$

eli aineelle  $w = 0$  ja säteilylle  $w = 1/3$  [3, 7].

### 2.3 Tiheysparametrit

Seuraavaksi otetaan käyttöön tiheysparametrit, jotka parametrisoivat maailmankaikkeuden energiatihedyyden ja kaarevuuden. Niitä varten määritellään energiatiheys, jolla maailmankaikkeus on laakea. Friedmannin yhtälön (6) mukaan tämä kriittinen tiheys on

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G_N}. \quad (12)$$

Tiheysparametrit määritellään [7]

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{8\pi G_N \rho}{3H^2}, \quad \Omega_K \equiv -\frac{K}{(aH)^2}. \quad (13)$$

Näiden avulla Friedmannin yhtälö (6) tulee muotoon

$$\Omega + \Omega_K = 1. \quad (14)$$

Eritellään vielä  $\Omega$ :sta epärelativistisen aineen ja säteilyn osuudet:

$$\begin{aligned} \Omega_m &\equiv \frac{\rho_m}{\rho_c}, & \Omega_r &\equiv \frac{\rho_r}{\rho_c} \\ \Omega &= \Omega_m + \Omega_r. \end{aligned} \quad (15)$$

Tiheysparametri  $\Omega_m$  kattaa sekä tavallisen aineen että kylmän pimeän aineen.

Käyttämällä tuloksia (11) Friedmannin yhtälö (6) voidaan nyt kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{8\pi G_N}{3} (\rho_m + \rho_r) - \frac{K}{a^2} \\ &= \frac{8\pi G_N}{3} (\rho_{m0} a^{-3} + \rho_{r0} a^{-4}) - \frac{K}{a^2} \\ \Rightarrow \frac{H^2}{H_0^2} &= \Omega_{m0} a^{-3} + \Omega_{r0} a^{-4} + \Omega_{K0} a^{-2}, \end{aligned} \quad (16)$$

missä  $\Omega_{m0}$ ,  $\Omega_{r0}$  ja  $\Omega_{K0}$  viittaavat tiheysparametrien tämänhetkisiin arvoihin. Säteilyn osuus  $\Omega_{r0}$  on pääosin peräisin kosmisesta mikroaaltotaustasta. Se on nykyisistä tiheysparametreista selvästi pienin, kertaluokkaa  $10^{-4}$  [3], ja se voidaan jättää huomiotta tarkasteltaessa maailmankaikkeutta kauan alkuräjähdyksen jälkeen.

## 2.4 Punasiirtymä

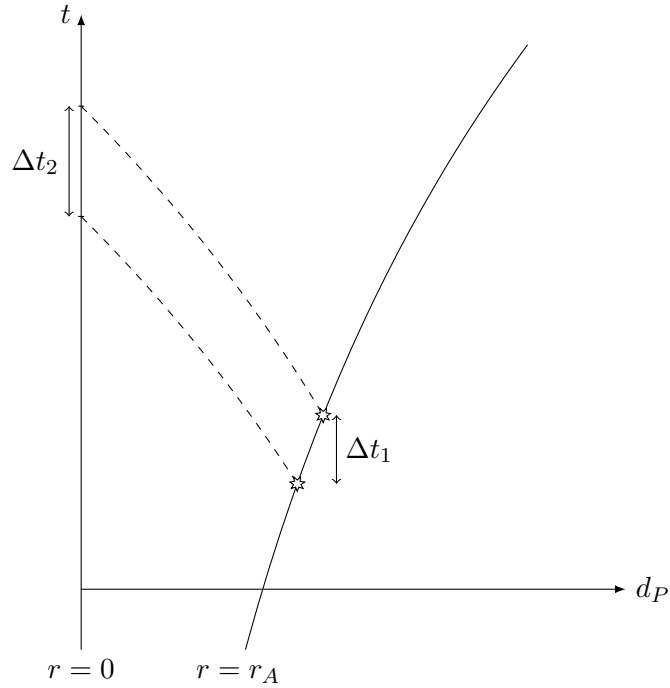
Käytännössä kosmologista tietoa saadaan sähkömagneettisen säteilyn välityksellä. Tästä eteenpäin oletetaan, että säteilylähde ja säteilyä vastaanottava havaitsija ovat levossa suhteessa homogeeniseen ja isotrooppiseen aineeseen, eli niiden koordinaatit  $r$ ,  $\theta$  ja  $\phi$  yhtälössä (1) pysyvät vakioina. Lisäksi havaitsija asetetaan origoon, jolloin valonsäteet havaitsijan ja lähteen välillä kulkevat radiaalisesti.

Tärkeitä säteilystä mitattavia suureita ovat kirkkaus ja punasiirtymä. Punasiirtymä  $z$  tarkoittaa säteilyn aallonpituuden suhteellista muutosta, ja se määritetään vertaamalla mitattua spektriä teoreettiseen arvoon. Sen liittyy skaalatekijään  $a$  seuraava yhtälö:

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a(t_2)}{a(t_1)}. \quad (17)$$

Tässä  $\lambda_1$  on lähtevän säteilyn aallonpituus lähteen lepokoordinaatistossa,  $\lambda_2$  on vastaanottajan mittaama aallonpituus,  $a(t_1)$  on skaalatekijä säteilyn lähtiessä liikkeelle, ja  $a(t_2)$  on skaalatekijä vastaanottohetkellä. Voidaan ajatella, että säteilyn aallonpituus venyy maailmankaikkeuden laajetessa skaalatekijän mukana. Vastaavasti säteilyn taajuus laskee, ja samoin tieto kaikista punasiirtyneistä tapahtumista saapuu tekijällä  $(1+z)$  hidastettuna. (Tarkemmin esim. [7].) Kun vastaanotetaan nykyhetkellä ( $a_0 = 1$ ) valoa, jonka





Kuva 1: Kosmologinen aikadilataatio. Kaksi valopulssia (katkoviivat) lähetetään samoista koordinaateista  $r = r_A$  kohti origoa. Maailmankaikkeuden laajenemisen takia lähetyshetkien aikaero  $\Delta t_1$  on pienempi kuin vastaanottohetken aikaero  $\Delta t_2$ . Sama pätee valonsäteen aallonharjoihin aiheuttaen säteilyn taaajuuden ja energian laskun eli punasiirtymän. Kuvassa  $t$  on universaali aika, ja  $d_P$  on ominaisetäisyys origosta vastaavalla ajanhetkellä (ks. kappale 2.5).

punasiirtymä on  $z$ , tiedetään siis että sen lähtiessä matkaan hetkellä  $t$  skaalatekijän arvo oli

$$a(t) = \frac{1}{1+z}. \quad (18)$$

Suuret punasiirtymän arvot vastaavat pieniä skaalatekijän arvoja ja maailmankaikkeuden laajenemisen takia siis aiempia ajanhetkiä. Nykyhetkeä vastaa  $z = 0$  ja ajan alkua  $a = 0$  vastaa  $z = \infty$ .

Yhtälöstä (16) saadaan nyt Hubblen parametri punasiirtymän funktiona:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{K0}(1+z)^2}. \quad (19)$$

## 2.5 Etäisyydet ja magnitudi

Jotta kosmologisista havainnoista saadaan maailmankaikkeutta kuvaavia tuloksia, tarvitaan keino liittää mittaustuloksia etäisyyksiin. Etäisyyden käsite ei kuitenkaan ole suhteellisuusteoriassa aivan yksinkertainen. Teoreettisesti kiinnostava on ominaisetäisyys  $d_P$

(engl. proper distance) eli kahden tapahtuman välillä laskettu etäisyys ajan pysyessä vakiona. Kun havaittavan tapahtuman koordinaatti on  $r = r_A$ , niin FRW-metriikasta (1) seuraa [7]:

$$d_P = a(t) \int_0^{r_A} \frac{dr'}{\sqrt{1 - Kr'^2}} = a(t) S_K^{-1}(r_A), \quad (20)$$

$$S_K^{-1}(x) \equiv \begin{cases} K^{-1/2} \arcsin(K^{1/2}x), & K > 0 \\ x, & K = 0 \\ |K|^{-1/2} \operatorname{arsinh}(|K|^{1/2}x), & K < 0, \end{cases} \quad (21)$$

$$S_K(x) = \begin{cases} K^{-1/2} \sin(K^{1/2}x), & K > 0 \\ x, & K = 0 \\ |K|^{-1/2} \sinh(|K|^{1/2}x), & K < 0. \end{cases} \quad (22)$$

Ominaisetäisyys muuttuu ajassa skaalatekijän mukana. Jakamalla skaalatekijä pois yhtälöstä (20) saadaan mukanaliikkuva ominaisetäisyys  $d_P^c$ , joka kertoo, mikä on kohteen ominaisetäisyys tällä hetkellä ( $a = a_0 = 1$ ). Se riippuu vain kohteen  $r_A$ -koordinaatista ja avaruuden kaarevuudesta.

Valonnopeuden äärellisyyden vuoksi havaitsemamme signaalit ovat lähteneet liikkeelle menneisyydestämme, niin sanotulta menneisyyden valokartiolta. Käyttämällä punasiirtymästä riippuvaa Hubblen parametria (19) voidaan havaitun kohteen mukanaliikkuva ominaisetäisyys ilmaista sen punasiirtymän avulla. Tätä varten tarkastellaan valonsädettä, joka kulkee nollageodeesia pitkin:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + a^2(t) \frac{dr^2}{1 - Kr^2} = 0 \\ \Rightarrow \frac{dt}{a(t)} &= -\frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Vaihdetaan ajan tilalle punasiirtymä yhtälön (18) avulla:

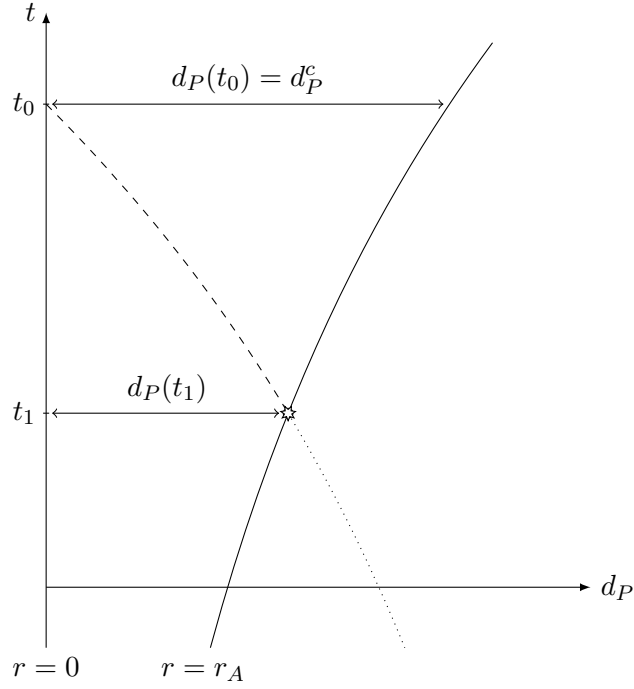
$$\begin{aligned} \frac{da}{dz} &= \frac{d}{dz} \frac{1}{1+z} = -\frac{1}{(1+z)^2} = -a^2 \\ \Rightarrow \frac{dt}{a} &= \frac{dt}{da} \frac{da}{dz} \frac{dz}{a} = -\frac{a^2 dz}{\dot{a}a} = -\frac{dz}{H}, \end{aligned} \quad (24)$$

ja integroidaan:

$$S_K^{-1}(r) = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1 - Kr'^2}} = -\int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{a} = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (25)$$

Siis mukanaliikkuva ominaisetäisyys kohteeseen, jonka punasiirtymä on  $z$ , on

$$d_P^c \equiv \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (26)$$



Kuva 2: Ominaisetäisyys. Nykyhetkellä vastaanotetaan koordinaateista  $r = r_A$  lähtenyt valopulssi. Lähtöhetkellä säteilylähteen ominaisetäisyys origosta on  $d_P(t_1)$ , ja vastaanottohetkellä se vastaa mukanaliikkuvaa ominaisetäisyyttä,  $d_P(t_0) = d_P^c$ . Katkoviiva ja sen jatke kuvaavat origossa olevan havaitsijan menneisyyden valokartiota hetkellä  $t = t_0$ .

Lisäksi (25):sta saadaan yhteys punasiirtymän ja koordinaatin  $r$  välille:

$$r = S_K \left( \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right). \quad (27)$$

Ominaisetäisyyttä ei voida mitata suoraan. Etäisyyksiä kohteisiin voidaan kuitenkin määrittää vastaanotetun säteilyn intensiteetin avulla: mitä himmeämpänä kohde näkyy suhteessa sen säteilytehoon, sitä kauempana se on. Määritellään tämän perusteella kirkkausetaisyys [8]

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}, \quad (28)$$

missä  $L$  on kohteen kirkkaus (aikayksikössä säteilyenergia) ja  $F$  on vastaanotetun säteilyn vuo eli teho pinta-alayksikölle.

Euklidisessa, ajassa muuttumattomassa avaruudessa säteilyteho  $L$  jakautuu pinta-alalle  $4\pi r^2$  tuottaen vuon  $F$ , ja kirkkausetaisyys yhtyy koordinaattietäisyyteen  $r$ . FRW-metriikassa säteily jakautuu pinta-alalle  $4\pi s^2$ , missä pinta-alasäde  $s = ar = (1+z)^{-1}r$ ,

ja lisäksi punasiirtymä laskee säteilyn taajuutta ja energiaa. Myös havaitun säteilyn vastaanottoaika venyy suhteessa lähetysaikaan. Näistä seuraa yhteensä tekijän  $(1+z)^2$  korjaus, jolloin [7]

$$d_L = (1+z)r = (1+z)S_K \left( \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right). \quad (29)$$

Tähtitieteessä kirkkautta ja vuota mitataan logaritmisella asteikolla käyttäen absoluuttista ja näennäistä magnitudia:

$$M \equiv -2.5 \log_{10} \frac{L}{L_0}, \quad m \equiv -2.5 \log_{10} \frac{F}{F_0}. \quad (30)$$

$L_0$  ja  $F_0$  ovat vertailuarvoja, jotka on valittu niin, että näennäisen ja absoluuttisen magnitudin erotukselle, etäisyysmodulille  $\mu$ , pätee

$$\begin{aligned} \mu &\equiv m - M = -2.5 \log_{10} \frac{F}{F_0} \frac{L_0}{L} = 2.5 \log_{10} 4\pi d_L^2 \frac{F_0}{L_0} \\ &= 5 \log_{10} d_L + 2.5 \log_{10} 4\pi \frac{F_0}{L_0} = 5 \log_{10} d_L (pc) - 5, \end{aligned} \quad (31)$$

missä  $d_L$  on ilmaistu parsekeissa [7]. Nyt yhtälöistä (29) ja (31) saadaan magnitudi–punasiiirtymä-yhtälö:

$$\mu = -5 + 5 \log_{10} \left( (1+z)S_K \left( \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right) \right), \quad (32)$$

missä integraali riippuu vain tiheysparametreista ja Hubblen vakiosta  $H_0$  yhtälön (16) mukaisesti. Parametrit voidaan nyt määrittää niin, että yhtälö vastaa mahdollisimman hyvin kosmologisia havaintoja.

### 3 Pimeä energia

SCDM-mallissa maailmankaikkeuden energiasisältö koostuu säteilystä ja epärelativistisesta aineesta. Aineen ja säteilyn paineet ja energiatiheddet ovat positiivisia, joten kiihtyvyyshätälön (7) mukaan skaalatekijän  $a$  toinen aikaderivaatta on negatiivinen, eli maailmankaikkeuden laajeneminen SCDM-mallissa on hidastuvaa. Tämä ei kuitenkaan vastaa kosmologisia havaintoja, joiden mukaan laajeneminen kiihtyy.

Ongelma voidaan ratkaista ottamalla mukaan uusi energiatyyppi, pimeä energia (engl. dark energy). Sen energiatihedttä ja painetta merkitään  $\rho_{DE}$ :llä ja  $p_{DE}$ :llä. Paineen on oltava negatiivinen ja niin iso, että se riittää kumoamaan positiivisen energiatihedden kiihtyvyyshätälössä. Tämä toteutuu, kun [3]

$$w_{DE} < -\frac{1}{3}. \quad (33)$$

Tällöin pimeä energia kiihdyttää maailmankaikkeuden laajenemista.

Pimeän energian vaikutuksen kuvaamiseksi esitellään luvun 2.3 hengessä uusi tiheysparametri,

$$\Omega_{DE} \equiv \frac{\rho_{DE}}{\rho_c}. \quad (34)$$

Yhtälö (15) saa muodon

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_{DE}, \quad (35)$$

ja yhtälöihin (16) ja (19) tulee uusi termi, joka riippuu  $\Omega_{DE0}$ :sta ja pimeän energian tilanyhtälön tarkasta muodosta. Seuraavissa kappaleissa tarkastellaan tarkemmin pimeän energian malleja erilaisilla tilanyhtälöparametrin arvoilla.

#### 3.1 $w_{DE} = -1$ : kosmologinen vakio

Yksinkertaisimmassa pimeän energian mallissa tilanyhtälöparametrin  $w_{DE}$  arvo on  $-1$ . Tarkastelemalla yhtälöä (10) huomataan, että tällöin energiatiheys  $\rho_{DE}$  pysyy vakiona. Skaalatekijän kasvaessa avaruuden tilavuus kasvaa, ja samalla kasvaa pimeän energian määrä. Yhtälö (19) tulee muotoon

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{DE0} + \Omega_{K0}(1+z)^2}. \quad (36)$$

Tällaista pimeää energiaa kutsutaan myös tyhjiön energiaksi, ja se liitetään usein kvanttikenttäteorioiden nollapiste-energiaan. Nykyteorioiden arvioimat nollapiste-energioiden suuruusluokat eivät kuitenkaan vastaa kovin hyvin kosmologisia havaintoja pimeästä energiasta [3].

Historiallisista syistä  $w_{DE} = -1$  -tyyppistä pimeää energiaa kutsutaan myös kosmologiseksi vakioksi. Einsteinin yhtälöön (5) voidaan näet teoreettisia perusteita merkittävästi muuttamatta lisätä yksi ylimääräinen termi [4]:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu}, \quad (37)$$

missä  $\Lambda$  on niin sanottu kosmologinen vakio ja  $g_{\mu\nu}$  on metrinen tensori. Siirtämällä uusi termi oikealle puolelle ja merkitsemällä  $\Lambda = 8\pi G_N \rho_\Lambda$  saadaan

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G_N (T_{\mu\nu} - \rho_\Lambda g_{\mu\nu}), \quad (38)$$

missä  $T_{\mu\nu}$  on aineen ja säteilyn energia-impulssitensori ja jälkimmäinen termi kuvaa pimeää energiaa. Lisäksi

$$-\rho_\Lambda g^\mu{}_\nu = \text{diag}(-\rho_\Lambda, -\rho_\Lambda, -\rho_\Lambda, -\rho_\Lambda). \quad (39)$$

Vertaamalla tätä yhtälöön (3) huomataan, että kosmologinen vakio vaikuttaa täsmälleen samoin kuin täydellinen fluidi tilanyhtälöparametrilla  $w_{DE} = -1$  [3]. Yksinkertaisinta pimeän energian mallia kutsutaankin nimellä  $\Lambda$ CDM: se sisältää  $\Lambda$ CDM-mallin oletukset laakeasta avaruudesta ja pimeästä aineesta ja lisäksi kosmologisen vakion  $\Lambda$  kuvaaman pimeän energian.

### 3.2 Aikariippuvainen $w_{DE}$

Pimeän energian tilanyhtälö voi myös muuttua ajassa. Tyypillinen parametrisaatio on

$$w_{DE} = w_0 + w_a (1 - a) = w_0 + w_a \left( \frac{z}{1+z} \right), \quad (40)$$

missä  $w_0$  on tilanyhtälöparametrin nykyarvo ja  $w_a$  on vakio, joka lisää tilanyhtälöön  $a$ -riippuvuuden. Tämä on hyvä approksimaatio laajalle joukolle pimeän energian malleja [9, 10]. Se sisältää myös tapauksen, jossa  $w_{DE}$  on vakio mutta eroaa arvosta  $-1$ .

Käytetään yhtälöitä (9), (14) ja (40), ja kirjoitetaan uudelleen yhtälöt (19) ja (32) niin, että oletetaan säteilyn energiatiheys  $\Omega_{r0}$  mitättömän pieneksi ja eliminoidaan  $\Omega_{DE}$ :

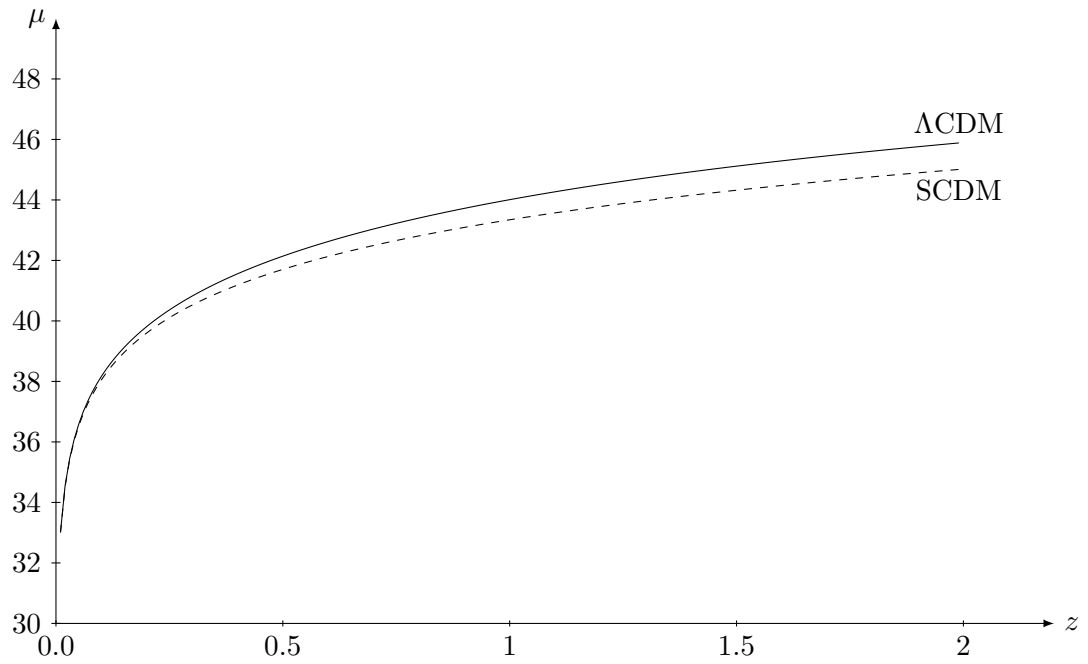
$$\rho_{DE} = \rho_{DE0} f(z),$$

$$\begin{aligned} f(z) &\equiv \exp\left(-3 \int_1^a \frac{1 + w_{DE}(a')}{a'} da'\right) \\ &= \exp\left(3 \int_0^z \left[ \frac{1 + w_0 + w_a}{1+z'} - \frac{w_a}{(1+z')^2} \right] dz'\right) \\ &= (1+z)^{3(1+w_0+w_a)} \exp\left(\frac{-3w_a z}{1+z}\right), \end{aligned} \quad (41)$$

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{m0} [(1+z)^3 - f(z)] + \Omega_{K0} [(1+z)^2 - f(z)] + f(z)}, \quad (42)$$

$$\mu = -5 + 5 \log_{10} \left( (1+z) S_K \left( \int_0^z \frac{dz'}{H_0 \sqrt{\Omega_{m0} [(1+z)^3 - f(z)] + \Omega_{K0} [(1+z)^2 - f(z)] + f(z)}} \right) \right). \quad (43)$$

Yhtälö (43) liittää mitattavat suureet, punasiirtymän ja näennäisen magnitudin, absoluuttiseen magnitudiin ja kosmologisiin parametreihin  $H_0$ ,  $\Omega_{m0}$ ,  $\Omega_{K0}$ ,  $w_0$  ja  $w_a$ .



Kuva 3: Hubblen diagrammi, eli etäisyysmoduli punasiirtymän funktiona yhtälön (43) mukaan. Katkoviiva vastaa aineen hallitsemaa maailmankaikkeutta ilman pimeää energiaa, ja yhtenäinen viiva vastaa realistista kosmologista mallia kosmologisella vakiolla ja parametreilla  $\Omega_{m0} = 0.25$ ,  $\Omega_{DE} = 0.75$ . Kummallekin kuvaajalle  $K = 0$  ja  $H_0 = 74$  km/s/Mpc. Havaittu etäisyysmoduli tietyllä punasiirtymän arvolla on suurempi kuin SCDM-mallissa, eli supernovat näkyvät mallin ennustetta himmeämpinä.

## 4 Supernovahavainnot

Magnitudi–punasiirtymä-yhtälön (43) hyödyntämiseksi on tiedettävä havaittujen kohteiden absoluuttiset magnitudit. Tätä varten tarvitaan standardikynttilöitä, kohteita, joiden magnitudin tiedetään olevan vakio niiden fysikaalisten ominaisuuksien takia. Tyypin Ia supernovaräjähdyksiä (SN Ia) voidaan käyttää tähän tarkoitukseen. Ne eivät ole ideaalisia standardikynttilöitä, sillä niiden kirkkaudet vaihtelevat lähes tekijällä kymmenen [11], mutta niiden absoluuttisia maksimikirkkauksia voidaan arvioida niiden muihin ominaisuuksiin perustuvien empiiristen mallien avulla. Lisäksi supernovat ovat tarpeeksi kirkkaita havaintojen tekemiseen pitkiltäkin etäisyyksiltä.

### 4.1 Supernovien fysiikkaa

Elinkaarensa lopussa suuret tähden räjähtävät kirkkaina supernovina. Tässä kappaleessa käydään läpi supernovien fysiikkaa lähteen [8] mukaan.

Supernovat luokitellaan eri alatyyppeihin niiden säteilyn spektristen ominaisuuksien mukaan silloin, kun räjähdys on kirkkaimmillaan. Tyypin II supernovien spektreissä näkyy vedyn aiheuttamia spektriviivoja, jotka puuttuvat tyypin Ia, Ib ja Ic supernovien spektreistä. Tyypin Ia supernovien spektreissä ei näy myöskään heliumia, vaan niitä hallitsevat raskaammat alkuaineet.

Supernovaluokkia on pyritty yhdistämään supernovien syntymekanismeihin. Tyypin II, Ib ja Ic supernovien on päätelty syntyvän raskaiden tähtien ydinten romahtaessa kasaan neutronitähdeksi tai mustiksi aukoiksi. Prosessissa vapautuva energia sinkoaa tähden ulko-osat avaruuteen ja vapauttaa runsaasti sähkömagneettista säteilyä. Tällaisten supernovien ominaisuudet voivat vaihdella suuresti.

Tyypin Ia supernovien arvellaan syntyvän pienemmistä tähden jäänteistä, valkoisista kääpiöistä. Kaksoistähtijärjestelmissä valkoinen kääpiö voi vastaanottaa ainetta toiselta tähdeltä vähitellen tai kahden kääpiötähden törmäyksessä. Massa voi lopulta ylittää kriittisen rajan, Chandrasekharin massan (noin 1.4 Auringon massaa), jolloin kasvanut lämpötila ja tiheys mahdollistavat raskaampien alkuaineiden ydinreaktiot. Tämä tekee tähdestä epävakaa, ja lopulta se saattaa räjähtää tyypin Ia supernovana. Havaittu sähkömagneettinen säteily on peräisin supernovaräjähdyksessä syntyneiden raskaiden alkuaineiden radioaktiivisesta hajoamisesta, mikä selittää spektrin ominaisuuksia. Tyypin Ia supernovat käyttäytyvät muita tyyppejä säännönmukaisemmin, joten niitä on helpompi hyödyntää sovitettaessa kosmologisia malleja havaintoihin.

### 4.2 Havainnot ja niiden tulkitseminen

Galaksia, johon supernova kuuluu, nimitetään sen isäntägalaksiksi. Supernovan ja isäntägalaksin spektriviivojen siirtymisestä voidaan päätellä supernovan punasiirtymä. Absoluuttisen magnitudin selvittämiseksi supernovasta otetaan talteen niin sanottuja valokäyriä (engl. light curve), jotka kuvaavat supernovan kirkkauden aikakehitystä erilaisilla aallonpituuksilla eli erilaisten suodattimien läpi mitattuna. Kiinnostavia parametreja ovat muun muassa maksimikirkkaus, maksimikirkkauden saavuttamishetki, käyrän le-



veys ja tyypillinen väri eli tiettyjen aallonpituuskaistojen välinen kirkkausero [8]. Näitä tietoja hyödynnetään valokäyräsovittimissa (engl. light curve fitter).

Valokäyräsovittimet ovat tyypin Ia supernovien empiirisiä malleja, jotka on rakennettu läheisten supernovien tarkkaan tunnettujen ominaisuuksien avulla. Kosmologisen mittakaavan ilmiöt eivät juuri vaikuta näihin supernovahavaintoihin, ja niiden etäisyydet voidaan päätellä tarkasti esimerkiksi niiden isäntägalaksien kefeidi-havainnoista (ks. esim. [12]) [8]. Näin voidaan päätellä kyseisten supernovien absoluuttiset kirkkaudet. Käyttämällä hyväksi kirkkauden ja valokäyrien ominaisuuksien välisiä yhteyksiä valokäyräsovittimet antavat arvion kaukaisempien supernovien absoluuttisista kirkkauksista. Tunnettuja sovittimia ovat esimerkiksi SALT2 [13] ja MLCS2k2 [14].

Supernovien yksilöllisen vaihtelun lisäksi monet ulkoiset tekijät aiheuttavat eroa todellisen ja mitatun punasiirtymän ja magnitudin välille. Esimerkiksi sironta säteilyn tiellä olevasta pölystä niin isäntägalaksissa kuin galaksien välisessä avaruudessa himmentää havaintoja ja aiheuttaa säteilyn punaistumista. Gravitaatiolinssi-ilmiö voi vääristää kirkkautta, ja kohteiden liike kosmologisen lepokoordinaatiston suhteen aiheuttaa ylimääräisiä punasiirtymiä, joiden merkitys on sitä suurempi mitä lähempänä havaittu kohde on [8]. Tällaisia virheitä pyritään arvioimaan ja poistamaan havaintoja tulkittaessa.

Supernovahavaintoja on tehty lähinnä punasiirtymäarvon  $z = 1.4$  alapuolelta [10]. Etsinnässä on käytetty sekä maan pinnalla olevia teleskooppeja että Hubble-avaruusteleskooppeja. Lähialueen supernovahavaintojen määrää rajoittaa etsintäalueen pieni tilavuus, ja kaukaisemmissa kohteissa suuri punasiirtymä hankaloittaa havaintojen tekoa. Lisäksi nuorena maailmankaikkeudessa tyypin Ia supernovilla ei ole ollut aikaa syntyä [8].

### 4.3 Tulokset

Kaikista virhelähteistä ja supernovien rajoituksista huolimatta supernovahavaintojen avulla on määritetty kosmologisten parametrien arvoja varsin hyvällä menestyksellä. Tämän hetken kattavin supernovahavaintojen analyysi on esitetty lähteessä [10], ja se käyttää kokoelmaa useista eri supernova-aineistoista. Kokoelman nimi on Union2.1, ja siihen kuuluu 580 korkealaatuista SN Ia -havaintoa. Valokäyräsovittimena käytettiin SALT2:ta. Magnitudi–punasiirtymä-yhtälöön sovitettut tulokset sopivat hyvin yhteen laakean avaruuden  $\Lambda$ CDM-mallin kanssa pimeän energian tiheysparametrilla

$$\Omega_{DE0} = 0.705^{+0.040}_{-0.043}.$$

Union2.1-havainnot voidaan yhdistää muuhun kosmologiseen dataan, jolloin saadaan tiukempia rajoituksia erilaisille pimeän energian parametrisaatioille ja avaruuden kaarevuudelle. Keskeisimpiä tuloksia virherajoineen on koottu taulukkoon 1. Jos oletetaan, että tilanyhtälöparametri  $w_{DE}$  ei muutu ajassa, niin havainnot tukevat laakeaa avaruutta kosmologisella vakiolla:

$$\Omega_{m0} = 0.272^{+0.015}_{-0.014}, \quad \Omega_{K0} = 0.002^{+0.007}_{-0.007}, \quad w_{DE} = -1.003^{+0.091}_{-0.095}.$$

Ajasta riippuvalla parametrisaatiolla tulosten epävarmuudet ovat vielä suuria. Tarkempien tulosten saamiseksi tarvitaan lisää dataa suurilta punasiirtymiltä [10].

Malli	Parametrit			
	$\Omega_{m0}$	$\Omega_{K0}$	$w_0$	$w_a$
$\Lambda$ CDM	$0.271^{+0.014}_{-0.014}$	$0^*$	$-1^*$	$0^*$
$O\Lambda$ CDM	$0.272^{+0.014}_{-0.014}$	$0.002^{+0.005}_{-0.005}$	$-1^*$	$0^*$
$w$ CDM	$0.271^{+0.014}_{-0.014}$	$0^*$	$-1.013^{+0.068}_{-0.073}$	$0^*$
$Ow$ CDM	$0.272^{+0.015}_{-0.014}$	$0.002^{+0.007}_{-0.007}$	$-1.003^{+0.091}_{-0.095}$	$0^*$
$w_z$ CDM	$0.270^{+0.015}_{-0.014}$	$0^*$	$-1.046^{+0.179}_{-0.170}$	$0.14^{+0.60}_{-0.76}$
$Ow_z$ CDM	$0.274^{+0.016}_{-0.015}$	$0.027^{+0.012}_{-0.011}$	$-1.198^{+0.100}_{-0.112}$	$1.19^{+0.13}_{-0.13}$

Taulukko 1: Rajoituksia kosmologisille parametreille eri malleissa lähteen [10] mukaan. Arvot ja virherajat on laskettu käyttäen SN Ia -havaintojen lisäksi tietoja kosmisesta mikroaaltotaustasta (CMB, cosmic microwave background), rakenteiden muodostumiseen liittyvistä baryonien akustisista oskillaatioista (BAO, baryon accoustic oscillations) ja Hubblen vakioista. Virherajoissa on huomioitu sekä satunnaiset että systemaattiset epävarmuudet. Malleissa vakioina pidetyt parametrit on merkitty tähdellä.  $O$  = kaareva avaruus,  $w$  = vakio tilanyhtälöparametri,  $w_z$  = punasiirtymän mukana vaihteleva tilanyhtälöparametri; parametrisaatio yhtälöstä (40).

## 5 Lopuksi

Supernovakosmologia on ollut suuri menestys, ja vuonna 2011 Nobelin fysiikan palkinto myönnettiin "maailmankaikkeuden kiihtyvän laajenemisen löytämisestä supernovahavaintojen avulla"<sup>1</sup> kolmelle käänteentekeviä supernova-analyysijä tekemässä olleelle tutkijalle. Supernova-aineistoa on jo niin paljon, että satunnaisvirheet ovat pieniä. Katseet on käännetty aineiston tulkintaan ja systemaattisiin virheisiin. Esimerkiksi eri valokäyränsovittimien välillä on havaittu eroja, ja datan kalibroinnissa on oltava tarkkana käytettäessä eri lähteistä peräisin olevia supernovahavaintoja [15, 8].

Edistystä tapahtuu kaiken aikaa. Supernovien seuranta maan pinnalta kehittyi uusien teleskooppien myötä, ja Nasan suunnitteleman WFIRST-avaruusteleskoopin<sup>2</sup> on tarkoitus tehdä supernovakartoitusta lähellä infrapuna-aallonpituuksia, mikä voisi tuottaa paljon kaivattuja suurten punasiirtymien havaintoja. Supernovahavainnot ovat siis tulevaisuudessakin tärkeä kosmologisten tietojen lähde selvitettäessä pimeän energian mysteeriä.

<sup>1</sup>[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/) (viitattu 7.7.2013)

<sup>2</sup><http://wfirst.gsfc.nasa.gov/> (viitattu 17.6.2013)

## Viitteet

- [1] S. Perlmutter et al. “Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae”. *The Astrophysical Journal* 517 (1999), s. 565. arXiv: astro-ph/9812133.
- [2] Adam G. Riess et al. “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”. *The Astronomical Journal* 116 (1998), s. 1009. arXiv: astro-ph/9805201.
- [3] P. Peebles ja Bharat Ratra. “The cosmological constant and dark energy”. *Reviews of Modern Physics* 75 (2003), s. 559. arXiv: astro-ph/0207347.
- [4] Charles Misner, Kip Thorne ja John Archibald Wheeler. *Gravitation*. W. H. Freeman, 1973.
- [5] Kari Enqvist. *Johdatus suhteellisuusteoriaan*. Ursa, 2011.
- [6] Adam G. Riess et al. “A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3”. *The Astrophysical Journal* 730 (2011), s. 119. arXiv: 1103.2976.
- [7] Syksy Räsänen. *Lecture notes: Cosmology I, Chapter 3 - The Friedmann-Robertson-Walker model*. 2012. (saatavilla <http://theory.physics.helsinki.fi/~cosmology/>).
- [8] Ariel Goobar ja Bruno Leibundgut. “Supernova Cosmology: Legacy and Future”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 61 (2011), s. 251. arXiv: 1102.1431.
- [9] Eric Linder. “Exploring the Expansion History of the Universe”. *Physical Review Letters* 90 (2003). arXiv: astro-ph/0208512.
- [10] N. Suzuki et al. “The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey: V. Improving the Dark Energy Constraints Above  $z > 1$  and Building an Early-Type-Hosted Supernova Sample”. *The Astrophysical Journal* 746 (2012), s. 85. arXiv: 1105.3470.
- [11] Bruno Leibundgut. “Supernovae and cosmology”. *General Relativity and Gravitation* 40 (2007), s. 221. arXiv: 0802.4154.
- [12] Wendy L. Freedman et al. “Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant”. *The Astrophysical Journal* 553 (2001), s. 47. arXiv: astro-ph/0012376.
- [13] J. Guy et al. “SALT2: using distant supernovae to improve the use of type Ia supernovae as distance indicators”. *Astronomy and Astrophysics* 466 (2007), s. 11. arXiv: astro-ph/0701828.
- [14] Saurabh Jha, Adam G. Riess ja Robert P. Kirshner. “Improved Distances to Type Ia Supernovae with Multicolor Light-Curve Shapes: MLCS2k2”. *The Astrophysical Journal* 659 (2007), s. 122. arXiv: astro-ph/0612666.
- [15] Gabriel R. Bengochea. “Supernova light-curve fitters and dark energy”. *Physics Letters B* 696 (2011), s. 5. arXiv: 1010.4014.